

РАЗДЕЛ I МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ

УДК 531.01

Алюшин Ю. А.

ДВУХЭТАПНЫЕ МОДЕЛИ НЕОБРАТИМОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ПРИМЕРЕ ЛИНЕЙНОГО РАСТЯЖЕНИЯ

Из всего многообразия фактически наблюдаемых механизмов обратимой и необратимой деформации в качестве основных [1] обычно рассматривают скольжение и двойникование. Избирательность плоскостей скольжения объясняют наличием линейных микродефектов, называемых дислокациями. Теория дислокаций оказалось весьма плодотворной, в том числе для объяснения изгиба и скручивания плоскостей скольжения.

Однако, из-за несоответствия теоретических и фактически наблюдаемых значений напряжений, требуемых для развития дислокаций, к началу 80-х годов перешли от простых дислокационных моделей к более сложным. Сформировалась идея двухуровневого подхода к описанию пластичности с использованием автоволн локализованного пластического течения. В работе [2] обоснован релаксационный характер пластической деформации с перераспределением напряжений и снижением их общего уровня за счет сдвиговых процессов, которые активируют смежные объёмы с зарождением новых очагов, определяя в общем её автокаталитический характер, когда конечный результат возвращает систему в исходное состояние с последующим повторением аналогичных циклов.

Сходные механизмы обнаружены и в монокристаллах [3], в том числе трансляционное скольжение, когда одни слои атомов кристалла скользят по другим слоям с перемещениями, кратными межатомным расстояниям. Механизмы деформации одинаковы для любых реальных материалов, но общепринятой их физической модели до сих пор нет.

Нет адекватной математической модели и на основе механики деформируемого твёрдого тела. Более того, в современной теории пластичности нет общепринятой методики учёта истории нагружения от исходного состояния до критического. Существует ряд противоречий, например, о равномерном напряжённом и деформированном состояниях в элементарных объёмах и возможности скачков касательной компоненты на поверхностях разрыва скорости в модели идеальной пластичности.

Цель работы: используя общепринятые соотношения, предложить возможные двухэтапные модели перехода от обратимой к необратимой деформации с преобразованием накопленной энергии из одного вида в другой с последующей её диссипацией.

С энергетической точки зрения [4, 5] необратимые деформации могут возникать, когда объёмная плотность энергии, возрастающая под влиянием упругой деформации, при достижении критических значений способствует запуску релаксационных процессов, в результате энергия уменьшается и может вернуться к своему исходному устойчивому значению при существенном изменении размеров частиц с учётом действующей нагрузки.

В частности, при линейном растяжении энергия накапливается на этапе упругого нагружения за счёт изменения объёма и формы. Возврат объёма к исходному значению возможен только при дополнительной деформации с уменьшением размеров в поперечном направлении и одновременном увеличении размера в направлении внешних усилий. Накопленная энергия должна быть не меньше критической, которая необходима для запуска механизма необратимой деформации. Процесс должен сопровождаться снижением энергетического потенциала частиц и выделением избыточной части энергии в виде тепла.

Рассмотрим возможный двухэтапный механизм пластической деформации на примере линейного растяжения в направлении оси x . На первом этапе $0 \leq t \leq t_s$ происходит упругая деформация $0 \leq \varepsilon_x \leq \varepsilon_s$ с отношением поперечных и продольных деформаций $|\varepsilon_y / \varepsilon_x| = \mu$ в соответствии с уравнениями движения (параметром времени является деформация ε_x)

$$x = \alpha \exp(\varepsilon_x), \quad y = \beta \exp(-\mu \varepsilon_x), \quad z = \gamma \exp(-\mu \varepsilon_x) \quad (1)$$

где $\alpha = x_0$, $\beta = y_0$, $\gamma = z_0$ – начальные координаты (переменные Лагранжа). Так как предполагается анализ как обратимых, так и необратимых деформаций, уравнения движения записаны с учетом логарифмической меры деформации Генки $\varepsilon = \ln(l/l_0)$ в отличие от меры Коши $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$, где l и l_0 – текущая и начальная длина [6, 7]. Производные $x_{i,p} \equiv \partial x_i / \partial \alpha_p$ от переменных Эйлера $x_i \in (x, y, z)$ по переменным Лагранжа $\alpha_p \in (\alpha, \beta, \gamma)$:

$$\partial x / \partial \alpha \equiv x_\alpha = \exp(\varepsilon_x), \quad \partial y / \partial \beta \equiv y_\beta = z_\gamma = \exp(-\mu \varepsilon_x) \quad (2)$$

определяют относительное изменение объёма R , среднюю длину ребер e , основной энергетический инвариант Γ_e^2 , а также среднеквадратическое отклонение Γ длин ребер бесконечно малого параллелепипеда от их среднего значения e [6]

$$R = \delta V / \delta V_0 = |x_{i,p}|, \quad e = (e_\alpha + e_\beta + e_\gamma) / 3, \quad e_p^2 = x_p^2 + y_p^2 + z_p^2, \\ \Gamma_e^2 = x_{i,p} x_{i,p} = x_\alpha^2 + x_\beta^2 + x_\gamma^2 + y_\alpha^2 + \dots + z_\gamma^2, \quad \Gamma^2 = \Gamma_e^2 - 3e^2. \quad (3)$$

Накопленная энергия может привести к самопроизвольной деформации $\Delta \varepsilon_x \geq 0$, которая отличается от деформации на первом этапе отношением поперечных и продольных деформаций $|\Delta \varepsilon_y / \Delta \varepsilon_x| = \mu'$, и обеспечивает на втором этапе $t_s \leq t \leq t_k$ возврат объема частиц к исходному значению при одновременном росте деформации в направлении растяжения с увеличением среднеквадратического отклонения длин ребер бесконечно малого параллелепипеда от их среднего значения

$$x = \alpha \exp(\Delta \varepsilon_x), \quad y = \beta \exp(-\mu' \Delta \varepsilon_x), \quad z = \gamma \exp(-\mu' \Delta \varepsilon_x). \quad (4)$$

Чтобы сохранить в уравнениях (4) единую с (1) систему отсчета времени, а следовательно и деформаций, достаточно воспользоваться принципом суперпозиции [6], заменив переменные Лагранжа в уравнениях (1) выражениями для соответствующих переменных Эйлера системы (4) при $\varepsilon_x = \varepsilon_s = const$

$$x = \alpha \exp(\varepsilon_s + \Delta \varepsilon_x), \quad y = \beta \exp(-\mu \varepsilon_s - \mu' \Delta \varepsilon_x), \quad z = \gamma \exp(-\mu \varepsilon_s - \mu' \Delta \varepsilon_x). \quad (5)$$

С учетом фактических значений производных (2) в начале второго этапа для инвариантных характеристик (3) получаем (окончательные значения приведены для $\mu = 0,25$)

$$R = \exp[\varepsilon_s (1 - 2\mu)] = \exp(\varepsilon_s / 2) = 0,5 \varepsilon_s + \varepsilon_s^2 / 8, \\ 3e = 3 + \varepsilon_s (1 - 2\mu) + 0,5 \varepsilon_s^2 (1 + 2\mu^2) = 3 + \varepsilon_s / 2 + 9 \varepsilon_s^2 / 16, \\ \Gamma_e^2 = 3 + 2 \varepsilon_s (1 - 2\mu) + 2(1 + 2\mu) \varepsilon_s^2 = 3 + \varepsilon_s + 3 \varepsilon_s^2, \\ \Gamma^2 = x_\alpha^2 + y_\beta^2 + z_\gamma^2 - 3e^2 = (2/3) [\varepsilon_s (1 + \mu)]^2 = (50/48) \varepsilon_s^2. \quad (6)$$

На втором этапе при значении $\varepsilon_x = \varepsilon_s = const$ и росте $\Delta \varepsilon_x$ с учетом производных

$$x_\alpha = \exp(\varepsilon_s + \Delta \varepsilon_x), \quad y_\beta = z_\gamma = \exp(-\mu \varepsilon_s - \mu' \Delta \varepsilon_x), \quad (7)$$

инвариантные характеристики (3) составят

$$R = \exp[\varepsilon_s (1 - 2\mu) + \Delta \varepsilon_x (1 - 2\mu')], \\ 3e = 3 + \varepsilon_s (1 - 2\mu) + 0,5 \varepsilon_s^2 (1 + 2\mu^2) + \Delta \varepsilon_x (1 - 2\mu') + 0,5 \varepsilon_s^2 [1 + 2(\mu')^2], \\ \Gamma_e^2 = 3 + 2 \varepsilon_s (1 - 2\mu) + 2 \Delta \varepsilon_x (1 - 2\mu') + 2(\varepsilon_s + \Delta \varepsilon_x)^2 + 4(\mu \varepsilon_s + \mu' \Delta \varepsilon_x)^2, \\ \Gamma^2 = (2/3) [\varepsilon_s (1 + \mu) + \Delta \varepsilon_x (1 + \mu')]^2. \quad (8)$$

Различным сочетаниям значений параметров, входящих в уравнения движения и характеризующих свойства среды, будут соответствовать различные степени восстановления объема и доли выделяемой энергии. Объем частицы возвращается к своему исходному значению, если дополнительная деформация удовлетворяет условию

$$\Delta \varepsilon_x = -\varepsilon_s (1 - 2\mu) / (1 - 2\mu').$$

Чтобы она оставалась положительной (в этом случае продолжается растяжение образца), должно выполняться условие $\mu' > 0,5$. Конечно, полное восстановление объема не является обязательным и диапазон возможного изменения отношения μ' на втором этапе может быть достаточно широким. Восстановление объема зависит также от отношения деформаций $\Delta \varepsilon_x / \varepsilon_s$. Вариант полного восстановления объема возможен, например, при равенстве деформаций на первом и втором этапах $\varepsilon_s = \Delta \varepsilon_x$, тогда $\mu' = 1 - \mu$. При таких значениях из (8) с учетом $e_\alpha = x_\alpha = \exp(2\varepsilon_s)$, $e_\beta = e_\gamma = \exp(-\varepsilon_s)$ получаем

$$R = 1, \quad e = 1 + \varepsilon_s^2, \quad \Gamma_e^2 = 3 + 12\varepsilon_s^2, \quad \Gamma^2 = 6\varepsilon_s^2.$$

В итоге объем возвращается к исходному значению при существенном изменении размеров частицы, среднеквадратическое отклонение Γ^2 возрастает почти в 6 раз.

Используя напряжения τ_{pi} и деформации $x_{i,p}$ Лагранжа [4], с учетом $\tau_{pi} = \varphi x_{i,p}$ общее приращение энергии частицы в конце первого этапа составит

$$E_{деф} = \varphi \varepsilon_s (1 + 3\varepsilon_s).$$

Разгрузка на втором этапе в соответствии с уравнениями (5), когда объем возвращается к исходному значению, приводит к уменьшению удельной энергии частиц до $E_\phi = 6\varphi \varepsilon_s^2$, работа внешних сил практически полностью преобразуется в тепловую и переходит в окружающее пространство [5]

$$E_{дисс} = \varphi \varepsilon_s (1 - 3\varepsilon_s).$$

Если учесть, что второй этап должен сопровождаться выделением тепла, тогда отношение деформаций на этом этапе (для изотропного материала) будет $\mu' = 1$, так как деформации от повышения температуры во всех направлениях одинаковы, $\Delta \varepsilon_y = \Delta \varepsilon_x$. В этом случае уже при $\Delta \varepsilon_x = 0,5\varepsilon_s$ возможно полное восстановление исходного объема с диссипацией накопленной энергии.

Описанный механизм предусматривает изменение характера перемещений на втором этапе, допуская даже однородную деформацию, по аналогии с упругой областью. Это усложняет понимание механизма диссипации, который обычно связывают с линиями Чернова-Людерса [1, 2]. Действительно, являясь точечными тепловыми источниками, такие сдвиги способствуют диссипации накопленной энергии и циклическому развитию процессов пластического течения в прилегающих объемах.

Для построения простейшей энергетической модели локализации зон пластической деформации можно воспользоваться свойствами идеальной жесткопластической среды и экстремальным принципом [4], в соответствии с которым мощность, требуемая для деформации при любом кинематически возможном поле скоростей, всегда превышает реализуемую в действительном процессе деформации. Это позволяет найти верхнюю оценку мощности или усилий деформации, а также поле скоростей, приближенное к фактически возникающему в реальных условиях.

Кинематически возможными для жесткопластических сред называют поля скоростей, которые удовлетворяют условию постоянства объема и граничным условиям для скоростей [7]. Особенность идеальной жесткопластической среды состоит в том, что при интенсивности касательных напряжений $\tau_e = k$ материал может находиться как в жестком, так и в пластическом состояниях. При деформации материала с такими свойствами внутри тела могут возникать поверхности разрыва скорости (рис. 1, 2), по обеим сторонам которых материал остается жестким. Эти поверхности аналогичны поверхностям контакта двух, перемещающихся относи-

тельно друг друга, жестких тел, однако действующие на них касательные напряжения должны соответствовать условию перехода материала в пластическое состояние и составляют $\tau_{max}=k$.

Например, при растяжении образца прямоугольного сечения $h \times b$ можно предположить, что сдвиг происходит по плоскости $ABCD$ (рис. 1) с углами α и β . Из условия компланарности векторов AB , AC и AD [8]

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ b & 0 & btg\alpha \\ b & h & btg\alpha + htg\beta \end{vmatrix} = 0$$

находим уравнение плоскости сдвига $ABCD$

$$xtg\alpha + ytg\beta - z = 0$$

и её площадь при размерах поперечного сечения $f_0 = bh$

$$f_{12} = bh(1 + tg^2\alpha + tg^2\beta)^{1/2}.$$

Объём образца ниже плоскости $ABCD$ остается неподвижным. Для соблюдения условия сплошности скорость перемещения верхней части относительно нижней $\vec{v}_{12} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$ должна быть параллельной плоскости сдвига при соотношении между компонентами

$$w = v_0 = utg\alpha + vtg\beta$$

и скорости относительного перемещения точек на двух сторонах поверхности $ABCD$

$$v_{12} = \sqrt{u^2 + v^2 + (utg\alpha + vtg\beta)^2}.$$

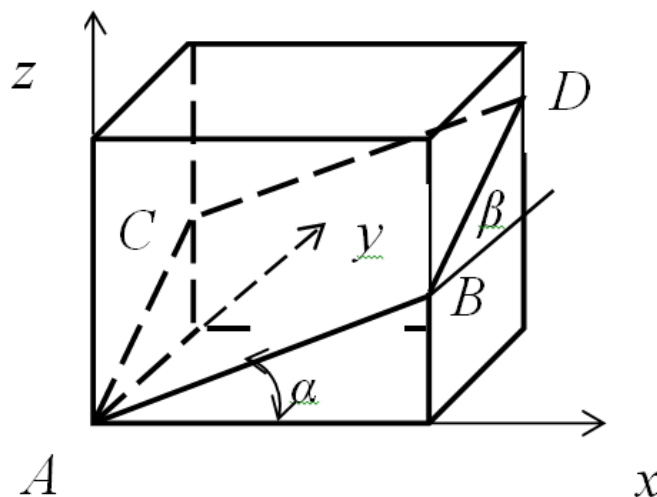


Рис. 1. Поверхность сдвига при линейном растяжении.

При касательных напряжениях $\tau_{max}=k$ на деформацию сдвига потребуется мощность $W_{12} = kf_{12}v_{12}$, которая должна поступать от внешнего источника. При удельных усилиях на верхнем торце q из условия равенства мощностей внешних и внутренних сил

$$qbhv_0 = kf_{12}v_{12}$$

находим

$$\frac{q}{k} = \frac{\sqrt{1 + tg^2\alpha + tg^2\beta}}{tg\alpha + \psi tg\beta} \sqrt{1 + \psi^2 + (tg\alpha + \psi tg\beta)^2}, \quad (9)$$

где величина $\psi = v/u$ характеризует отношение скоростей перемещения верхней части в направлениях осей x и y соответственно.

При любых значениях ψ , α , β поле скоростей является кинематически возможным. Так как эти параметры независимы, их значения могут быть определены из условия минимума удельных усилий

$$\partial q / \partial \alpha = 0, \quad \partial q / \partial \beta = 0, \quad \partial q / \partial \psi = 0.$$

При выполнении условий

$$\psi \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta; \quad \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta = 1 \quad (10)$$

удельные усилия (9) составляют $q = 2k$, в том числе для плоского деформированного состояния при $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 0$, $\psi = 0$. Если свойства в направлениях x и y одинаковы (среда изотропна), тогда при соизмеримых размерах $b \approx h$ можно принять $\psi = 1$ и из второго уравнения (10) находим $\alpha = \beta = 35^\circ 16' 20''$. Именно этот результат подтверждается экспериментальными данными [9].

После появления поверхности сдвига схема нагружения изменяется. Теперь нижняя часть находится под действием касательных напряжений $\tau_{\max} = k$ на плоскости $ABCD$, которую для простоты графического представления будем характеризовать наклоном её нормали по отношению к вертикали (растягивающему усилию) углом α_1 . При этом не исключается появление новой плоскости сдвига с углом α_2 . Схема и годограф скоростей на рис. 2 показывают скорость подвижной зоны 2 между зонами 0 и 1 при равенстве нормальных компонент скорости на всех плоскостях сдвига. Касательные напряжения $\tau_{12} = \tau_{\max} = k$ на поверхности f_{12} между зонами 1 и 2 образуют силу $F_{12} = kbh / \cos \alpha_1$, направленную под углом α_1 к горизонтали. Мощность определим скалярным произведением векторов силы и скорости с углом между ними $(\alpha_1 - \alpha_2)$

$$W_{12} = kv_{02}(b / \cos \alpha_1) \cos(\alpha_1 - \alpha_2).$$

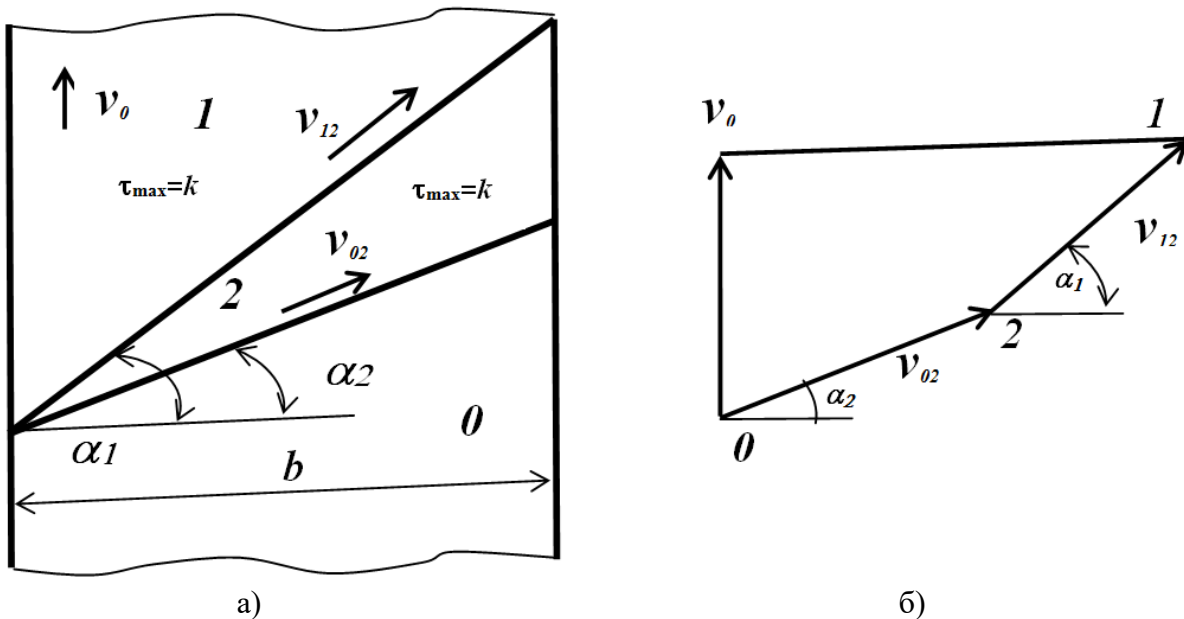


Рис. 2. Схема предшествующей и последующей полос скольжения: а) физическая плоскость, б) годограф скоростей.

Потребляемая на поверхности новой плоскости мощность составляет

$$W_{02} = kv_{02}(b / \cos \alpha_2).$$

Деформация с образованием вторичной системы скольжения возможна, если $W_{12} \geq W_{02}$

или

$$\tau_{12}v_{02}(b / \cos \alpha_1) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \geq \tau_{02}v_{02}(b / \cos \alpha_2).$$

При $\tau_{12} = \tau_{02} = k$ этому условию удовлетворяют любые значения углов $0 \leq \alpha_2 \leq \alpha_1$, иначе говоря, вторичные полосы могут быть от параллельных первичным до горизонтальных. Наиболее вероятными будут такие, для которых требуемая мощность будет минимальна. Положение таких плоскостей определяет условие минимума отношения

$$\theta = \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}.$$

Из условия $d\theta/d\alpha_2 = 0$ получаем

$$\sin(\alpha_1 - \alpha_2)\cos\alpha_2 - \cos(\alpha_1 - \alpha_2)\sin\alpha_2 = 0,$$

откуда $\sin(\alpha_1 - 2\alpha_2) = 0$ или $\alpha_2 = \alpha_1/2$.

Поскольку анализ выполнен для произвольных значений углов α_1 и α_2 , этот результат может быть распространен на любые последующие поверхности разрыва скорости.

Расчеты показывают, что сдвиг по плоскостям последующих систем возможен, при этом мощность сдвига на предшествующем семействе превышает требуемую почти на 17,2% для второй (с углом наклона $22,5^\circ$), всего на 4% для третьей (с углом наклона $11,25^\circ$), и только на 1% для четвертой (с углом наклона $5,625^\circ$) систем скольжения.

Таким образом, каждая предшествующая система скольжения может породить последующую, однако их одновременное существование невозможно. Действующих в зоне 1 удельных усилий $q = 2k$ недостаточно даже для поддержания скольжения на двух первых семействах полос скольжения. Действительно, с учетом скоростей скольжения v_{02} и v_{12} на поверхностях f_{02} и f_{12} с углами наклона α_2 и α_1 эти удельные усилия производят мощность

$$W_q = qbh(v_{02}\sin\alpha_2 + v_{12}\sin\alpha_1), \quad (11)$$

тогда как расходуемая (при напряжениях сдвига k) мощность составляет

$$W_k = W_{02} + W_{12} = kbh(v_{02}/\cos\alpha_2 + v_{12}/\cos\alpha_1). \quad (12)$$

Обозначим отношение скоростей $\psi = v_{02}/v_{12}$, тогда условие равенства мощностей (11) и (12) можно записать в виде

$$qv_{12}(\psi\sin\alpha_2 + \sin\alpha_1) = kv_{12}(\psi/\cos\alpha_2 + 1/\cos\alpha_1).$$

При $q=2k$ и значениях $\alpha_1 = 45^\circ$, $\sin\alpha_1 = \cos\alpha_1 = 1/\sqrt{2}$, $2\sin\alpha_1 = 1/\cos\alpha_1$ для первого семейства равенство

$$2(\psi\sin\alpha_2 + \sin\alpha_1) = \psi/\cos\alpha_2 + 1/\cos\alpha_1$$

выполняется только при $\psi = 0$ или $\alpha_2 = \alpha_1 = 45^\circ$.

Таким образом, при достижении удельных усилий $q = 2k$ появляется первичная система скольжения с углом наклона $\alpha_1 = 45^\circ$. В расположенном ниже этой плоскости объеме образца предпочтительной становится деформация сдвига по плоскости с углом наклона $\alpha_2 = 22,5^\circ$, так как в возникших условиях такая деформация требует меньшей мощности. Не исключено возникновение и последующих полос скольжения, вплоть до горизонтальных. Но внешние силы не могут поддерживать одновременное существование двух семейств и поэтому сдвиг по поверхности между зонами 0 и 1 прекращается.

Снижение мощности деформации на вторичной плоскости скольжения на 17,2% приводит к падению нагрузки и появлению «зуба текучести» на диаграмме «усилие – перемещение», который наблюдается экспериментально [10]. При статическом растяжении в условиях плоской деформации разрушение образцов чаще всего происходит под углом около 21° [9]. Следовательно, сдвиги по второму семейству более значимы, чем по первому.

В классической механике обычно используют эйлерову форму описания всех функций [6, 11] и удельную мощность представляют скалярным произведением тензоров напряжений σ_{ij} и скоростей деформаций $s_{ij} = 0,5(\partial v_i/\partial x_j + \partial v_j/\partial x_i)$, где $v_i = dx_i/dt$ – компоненты скорости перемещения частиц,

$$\omega = \sigma_{ij}s_{ij} = \sigma_{xx}x_{tx} + \sigma_{yy}y_{ty} + \sigma_{zz}z_{tz} + \sigma_{xy}(x_{ty} + y_{tx}) + \sigma_{yz}(y_{tz} + z_{ty}) + \sigma_{zx}(z_{tx} + x_{tz}). \quad (13)$$

Приращение энергии в частице за бесконечно малый промежуток времени dt составит [4, 11]

$$d\delta U = \omega\delta V dt$$

Переходя к шаровым тензорам σ , s и девиаторам σ'_{ij} и s'_{ij}

$$\sigma_{ij} = \sigma + \sigma'_{ij}, \quad s_{ij} = s + s'_{ij},$$

где $\sigma = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$, $s = (s_{xx} + s_{yy} + s_{zz})/3$ – средние напряжения и скорости деформации, вместо (13) получим

$$\omega = \sigma_{ij}s_{ij} = \alpha \operatorname{div}(\vec{v}) + \sigma'_{ij}s'_{ij}. \quad (14)$$

Первое слагаемое характеризует мощность, расходуемую на изменение объёма, второе – на изменение формы. Обе части инвариантны, второе слагаемое можно записать через интенсивности касательных напряжений τ_e и скоростей деформации сдвига s_i ,

$$\omega' = \sigma'_{ij}s'_{ij} = \tau_e s_i,$$

$$\tau_e = \sqrt{(-J'_2)} = (1/\sqrt{6})\sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2)},$$

$$s_i = \sqrt{2/3}\sqrt{(s_{xx} - s_{yy})^2 + (s_{yy} - s_{zz})^2 + (s_{zz} - s_{xx})^2 + 3/2(s_{xy}^2 + s_{yz}^2 + s_{zx}^2)}.$$

Воспользуемся понятием объёмной плотности энергии $u = \delta U / \delta V$ по аналогии с плотностью материала $\rho = \delta m / \delta V$. Оператор δ соответствуют бесконечно малым значениям функций, например, объёмам, относящимся к фиксированной частице с начальным объёмом δV_0 в рассматриваемый момент времени $t > 0$. Для приращения функции δU за бесконечно малый промежуток времени dt получим

$$d\delta U = d(u\delta V) = (u_t \delta V + u \delta V_t) dt = (u_t R + u R_t) \delta V_0 dt = [u_t + u \operatorname{div}(\vec{v})] \delta V dt \quad (15)$$

В правой части нижний индекс t соответствует субстанциональным производным функций по времени. Сравнивая уравнения (14) и (15) и принимая во внимание, что удельная мощность по существу является объёмной плотностью скорости приращения энергии, можно утверждать, что среднее напряжение σ характеризует объёмную плотность энергии u (с размерностью Па), а удельная мощность на изменение формы $\omega_\phi = \tau_e s_i$ – скорость изменения «объёмной плотности энергии» u_t (с размерностью Па/с).

С учетом этого результата популярные критерии о предельном значении интенсивности напряжений для упругих материалов или энергии, затраченной на изменение формы, можно интерпретировать как существование предельной скорости изменения (передачи) энергии в твердых телах, а критерий в виде отношения τ_e / σ [11] как существование предельной скорости изменения энергии на каждом её определенном уровне (с учетом знаменателя).

На основе изложенного можно предположить, что механизм разрушения в твердых телах аналогичен разрушению при тепловом ударе: слишком большой поток энергии не может быть передан прилежащим объемам и происходит «оплавление» приконтактного слоя с изменением его физических свойств.

В процессах пластической деформации объём заготовок и составляющих их частиц не изменяется. Тогда первое слагаемое в правой части уравнения (14) становится равным 0 и мощность деформации определяет произведение интенсивностей напряжений и скоростей деформаций $\omega = \tau_e s_i$. В соответствии с гипотезой о постоянстве пластической постоянной $\tau_e = k = \text{const}$ можно утверждать, что мощность деформации определяет в основном интенсивность скорости деформации сдвига s_i , которую можно записать через инвариантные характеристики поля скоростей v

$$s_i^2 = 2\operatorname{div}(\vec{v}_t) + (\operatorname{rot}(\vec{v}))^2 - 2(\operatorname{div}(\vec{v}))_t - (2/3)(\operatorname{div}(\vec{v}))^2.$$

Отсюда следует, что при одних и тех же затратах мощности процесс деформации может протекать при различных соотношениях входящих в правую часть характеристик движения. Для несжимаемого материала $\operatorname{div}(\vec{v}) = 0$ деформацию определяют только дивергенция вектора ускорения $\operatorname{div}(\vec{v}_t)$ и ротор вектора скорости $\operatorname{rot}(\vec{v})$. При этом они могут менять свои значения, не изменяя мощности деформации. Ситуация аналогична переходам энергии изменения формы в энергию изменения объёма и наоборот. Значительно больше вариантов для сжимаемых материалов, можно говорить о существенной роли ускорений и вихревых явлений в процессах деформации, ламинарное течение может порождать вихри, а вихри – потенциальное поле скоростей.

ВЫВОДЫ

Предложены две модели необратимой деформации, первая из которых использует разные соотношения между поперечными и продольными деформациями на каждом из этапов, при этом второй этап сопровождается диссипацией энергии, накопленной на предшествующей упругой стадии. Для второй модели с идеальной жесткопластической средой обосновано последовательное образование нескольких семейств плоскостей скольжения, причем после образования первого начинается сдвиг по второму семейству, которое требует меньших энергетических затрат. Следствием являются диссипация и снижение усилий, прекращение скольжения по первому семейству. Для дальнейшего развития деформации требуется увеличение усилий до значения, соответствующего началу первого этапа. Обе модели согласуются с экспериментально наблюдаемыми механизмами необратимой деформации. Дополнительно показана возможность протекания деформации без дополнительной энергии от внешних источников за счет изменения соотношения между дивергенцией вектора ускорения и ротора вектора скорости.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хоникомб Р. *Пластическая деформация металлов* / Р. Хоникомб. – М.: Мир, 1972. – 408 с.
2. Зуев Л.Б. *Физика макролокализации пластического течения* / Л.Б. Зуев, В.И. Данилов, С.А. Баранникова. – Новосибирск: Наука, 2008. – 328 с.
3. Николаева Е.А. *Сдвиговые механизмы пластической деформации монокристаллов* / Е. А. Николаева. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – 51 с.
4. Алюшин Ю.А. *Энергетические основы механики*. Lambert Academic Publishing, 2016. – 281 с.
5. Алюшин Ю.А. *Энергетическая модель обратимых и необратимых деформаций в пространстве переменных Лагранжа* / Ю. А. Алюшин // *Прогрессивные технологии пластической деформации*. – М.: НИТУ МИСиС, 2009. – С. 44–67.
6. Алюшин Ю.А. *Механика процессов деформации в пространстве переменных Лагранжа* / Ю. А. Алюшин. – М.: Машиностроение, 1997. – 136 с.
7. Томленов А.Д. *Механика процессов обработки металлов давлением* / А. Д. Томленов. – М.: Mashgiz, 1963. – 236 с.
8. Алюшин Ю.А. *Теория обработки металлов давлением* / Ю. А. Алюшин. – Ростов-на-Дону: РИСХМ, 1977. – 88 с.
9. Надаи А. *Пластичность и разрушение твердых тел* / А. Надаи. – М.: Мир, 1969. – 864 с.
10. Белл Д.Ф. *Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел*. – М.: «Наука», 1984. – 600 с.
11. Колмогоров В.Л. *Напряжения, деформации, разрушения* / В. Л. Колмогоров. – М.: Metallurgiya, 1970. – 460 с.

REFERENCES

1. Honikomb R. *Plasticheskaia deformacija metallov* / R. Honikomb. – M.: Mir, 1972. – 408 s.
2. Zuev L.B. *Fizika makrolokalizacii plasticheskogo techenija* / L.B. Zuev, V.I. Danilov, S.A. Barannikova. – Novosibirsk: Nauka, 2008. – 328 s.
3. Nikolaeva E.A. *Sdvigovye mehanizmy plasticheskoi deformacii monokristallov* / E. A. Nikolaeva. – Perm': Izd-vo Perm. gos. tehn. un-ta, 2011. – 51 s.
4. Aljushin Ju.A. *Jenergeticheskie osnovy mehaniki*. Lambert Academic Publishing, 2016. – 281 s.
5. Aljushin Ju.A. *Jenergeticheskaja model' obratimyh i neobratimyh deformacij v prostranstve peremennyh Lagranzha* / Ju. A. Aljushin // *Progressivnye tehnologii plasticheskoi deformacii*. – M.: NITU MI-SiS, 2009. – S. 44–67.
6. Aljushin Ju.A. *Mehanika processov deformacii v prostranstve peremennyh Lagranzha* / Ju. A. Aljushin. – M.: Mashinostroenie, 1997. – 136 s.
7. Tomlenov A.D. *Mehanika processov obrabotki metallov davleniem* / A. D. Tomlenov. – M.: Mashgiz, 1963. – 236 s.
8. Aljushin Ju.A. *Teorija obrabotki metallov davleniem* / Ju. A. Aljushin. – Rostov-na-Donu: RISHM, 1977. – 88 s.
9. Nadai A. *Plastichnost' i razrushenie tverdyh tel* / A. Nadai. – M.: Mir, 1969. – 864 s.
10. Bell D.F. *Jeksperimental'nye osnovy mehaniki deformiruemyh tvjordyh tel*. – M.: «Nauka», 1984. – 600 s.
11. Kolmogorov V.L. *Napryazhenija, deformacii, razrushenija* / V. L. Kolmogorov. – M.: Metallurgija, 1970. – 460 s.

Алюшин Ю. А. – д-р техн. наук, проф. НИТУ МИСиС

НИТУ МИСИС – Национальный исследовательский технологический университет МИСИС, г. Москва, РФ.

E-mail: alyushin@misis.ru

Статья поступила в редакцию 03.02.2017 г.